## 基础课09 幂函数与二次函数

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. [2024·吉林模拟]“”是“函数在上是增函数”的（ A ）.

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

[解析]若，则 的单调递增区间是,，且,，

所以函数 在 上是增函数，故充分性成立；

当 时，在 上是增函数，故必要性不成立.

故“”是“函数 在 上是增函数”的充分不必要条件.故选.

2. [2024·济南模拟]若二次函数，满足，则下列不等式成立的是（ B ）.

A. B.

C. D.

[解析]因为，所以二次函数 图象的对称轴为直线.

因为，所以，又，

所以.故选.

3. [2024·成都模拟]若幂函数在上单调递减，则下列说法正确的是（ C ）.

A. B. 是减函数 C. 是奇函数 D. 是偶函数

[解析]因为函数 为幂函数，所以，解得 或.

当 时，在 上单调递增，不满足题意，排除.

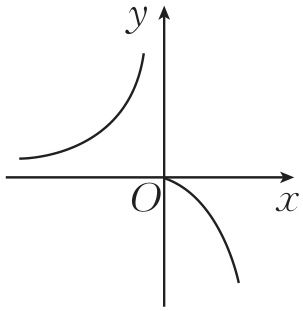
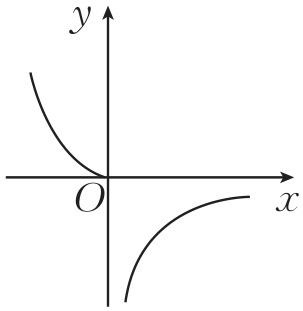
当 时，在 上单调递减，满足题意.

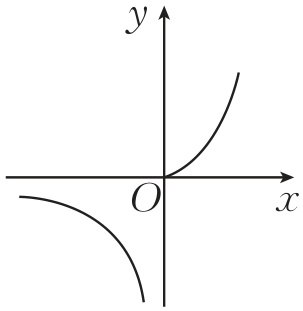
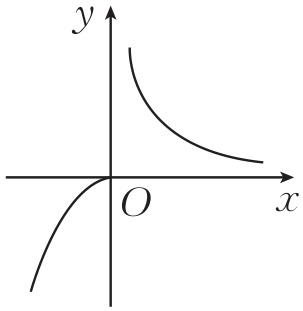
函数 在 和 上单调递减，但不是减函数，排除.

因为函数 的定义域关于原点对称，且，

所以 是奇函数，不是偶函数，故 正确，错误.故选.

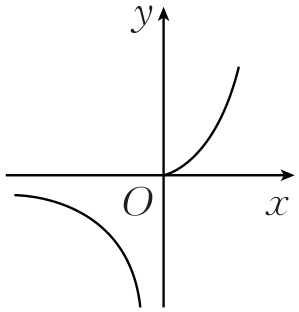
4. [2024·新疆模拟]已知函数，则函数的图象大致是（ B ）.

A.  B. B

C.  D. D

[解析]因为，所以 的图象与 的图象关于 轴对称.

由 的解析式作出 的大致图象，如图所示，从而可得 的图象大致为 选项.故选.



5. [2024·潍坊联考]已知二次函数的图象与轴交点的横坐标分别为和3，则该二次函数的单调递减区间为（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]因为二次函数 的图象与 轴交点的横坐标为 和3，

所以其对称轴方程为，又，所以该二次函数的单调递减区间为.故选.

6. [2024·东莞模拟]已知函数且的图象恒过定点，点在幂函数的图象上，则（ B ）.

A. B. 2 C. D. 1

[解析] 已知 且，对于函数，令，解得，此时， 定点.

令点 在幂函数 的图象上，

，，，则,,

故.故选.

7. [2024·苏州模拟]设函数的定义域为，若对于任意,，所有的点构成一个正方形区域，则实数的值为（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]由已知可得.

因为，所以，解得，所以.

因为 在 上单调递减，在 上单调递增，

所以 在 处取得最小值，最小值为，

所以 在 处取得最大值，最大值为，

所以函数 在 处取得最大值，最大值为.

因为，且所有的点 构成一个正方形区域，

所以，所以.故选.

8. [2024·绵阳模拟]若函数有最小值，则实数的取值范围是（ B ）.

A. B.

C. D.

[解析]因为,,

,有最小值，

所以当 时，，显然 在 上单调递增，且，即 在 上没有最小值.

当 时，，易知 在 上必有最小值.

因为 在 上的图象是开口向上，对称轴为直线 的抛物线的一部分，

所以当 时，，易知，

故 不是 在 上的最小值，则 在 上没有最小值，不满足题意；

当 时，，

要使得 是 在 上的最小值，则，即，解得 或，所以.

综上所述，.故选.

#### 综合提升练

9. [2024·江苏联考]（多选题）若函数，且，则（ AC ）.

A. B.

C. D.

[解析]由幂函数的性质知，在 上单调递增.

因为,所以，即，，

所以，故 正确；

令,，则，故 错误；

令，则由函数单调性的性质知，在 上单调递增，在 上单调递增，

所以 在 上单调递增，

因为，所以，即，则，故 正确；

令,，则，

所以，故 错误.故选.

10. [2024·衡阳模拟]（多选题）设二次函数的值域为，下列各值（或式子）中一定大于的是（ BD ）.

A. B.

C. , D. ,

[解析]因为二次函数 的值域为，

所以 所以 解得，

所以

，

因为，，当且仅当,即 时取等号，

所以.

对于,，故 错误；

对于,，故 正确；

对于,令,，则，故 错误；

对于,，当且仅当 时，等号成立，，故 正确.故选.

11. [2024·开封模拟]已知函数,满足对任意的实数,，且，都有成立，则实数的取值范围为,.

[解析]因为对任意的实数,，且，都有 成立，所以对任意的实数,，且，恒成立，

即函数,,

,是 上的减函数.

令，则，要使 在 上单调递减，

则 在,上单调递增，

且函数,为减函数，

所以 解得，

所以实数 的取值范围为,.

12. [2024·蚌埠模拟]（双空题）已知定义在上的奇函数满足，且当时，，则当时，  ；若对都有，则实数的取值范围为,.

[解析]因为 为定义在 上的奇函数，所以，解得.

当 时，，则，

因为 为奇函数，所以，所以.

当 时，为增函数，所以当 时，为增函数.

因为，所以 的图象关于直线 对称.

当 时,令，得，根据对称性可知，当 时，，可得,.

因为，所以，即 的周期为4，

所以 的解集为,,.

设，因为,，所以，,.

图象的对称轴为直线，且开口向下.

当 时，在 上单调递增，,,，解得；

当 时，,,，解得；

当 时，,,，解得；

当 时，在 上单调递减，,,，无解.

综上所述，实数 的取值范围为,.

#### 应用情境练

13. [2024·石家庄月考]已知函数，若的最小值为0，则  .

[解析]由题意可知，当 时，恒成立，且存在，使得，不等式两边同时除以，可得，

整理得.

因为，所以，当且仅当 时，等号成立.

设,则 图象的对称轴方程为,

所以当，即 时，在 上单调递增，所以，不符合题意；

当，即 时，在,上单调递减，在,上单调递增，,解得.

综上所述，.

14. [2024·上海模拟]已知，设，则函数的值域为  .

[解析]由题意得,则，

即 的定义域为.

.

令，则，

因为函数 在 上单调递增，所以，

故函数 的值域为.

#### 创新拓展练

15. [2024·鞍山模拟]已知进行适当变换后得到的方程为，则二次函数的单调递增区间为,.

[解析]， 两边同时取对数，得.

函数 进行线性变换后得到的方程为，

，，，即,

函数，

其图象开口向上，对称轴为直线，

函数 的单调递增区间为,.

16. [2024·上饶月考]已知幂函数为偶函数.

（1）求的解析式；

（2）若在上不是单调函数，求实数的取值范围.

[解析]（1）由题意得,解得 或,又 是偶函数,所以，所以.

（2）,其图象的对称轴是直线,若 在 上不是单调函数,则,解得，所以实数 的取值范围为.